

## 西宮理数伸学会

<b>西宮理数伸学会</b> 中3S 数学小テスト	名		得
ハイレベル数学2          月    日 (    )	前		点
			点

1 次の問いに答えなさい。(5点×4=20点)

(1)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (-2 \div \sqrt{2})^3 - \frac{3}{4} + 2$  を計算しなさい。

(2)  $(a + 2b)^2 - (2a + 3b)^2 - 5(a + b)(a - b)$  を因数分解しなさい。

(3) 2次方程式  $3x^2 + 2x - 5 = 0$  の2つの解が  $p, q$  であるとき、 $3(p^2 + q^2) + 2(p + q)$  の値を求めなさい。

(4) 袋の中に、赤、青、黄、緑の4色の球がたくさん入っている。色以外はまったく区別がつかないものとする。この袋から1個の球を取り出すとき、赤球の出る確率は  $\frac{1}{3}$ 、青球の出る確率は  $\frac{1}{6}$ 、黄球の出る確率は  $\frac{1}{4}$  である。いま、袋の中の球が全部で600個であるとき、緑の球の個数を求めなさい。

個

## 西宮理数伸学会

2 次の問いに答えなさい。(5点×4=20点)

(1) Aさんは、ある川に沿って66 km離れた2地点の間をモーターボートで往復しました。川を上る途中でエンジンが40分間止まってしまい、上り4時間、下りで2時間かかった。静水時におけるモーターボートの速さを時速  $x$  km、川の流れの速さを時速  $y$  kmとして、次の問いに答えなさい。

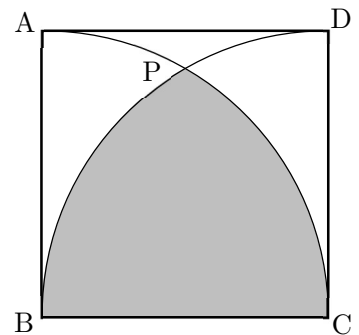
① エンジンがかかっているとき、上り、下りのときのAさんが移動する速さはそれぞれ時速何kmですか。 $x, y$  を用いて表しなさい。

上り…時速	km, 下り…	km
-------	---------	----

②  $x$  の値を求めなさい。

$x =$
-------

(2) 右の図のような1辺の長さが4 cmの正方形 ABCD がある。点 P は点 B, C を中心として半径 4 cmの円を描いたときの交点である。次の問いに答えなさい。



① 弧 AP と弧 BP の長さの比を求めなさい。

$\widehat{AP} : \widehat{BP} =$	:
---------------------------------	---

① 弧 BP と弧 CP と辺 BC で囲まれた部分 (影の部分) の面積を求めなさい。

cm <sup>2</sup>
-----------------

## 西宮理数伸学会

3 図1のように、長方形と台形の2つの図形があり、1辺4 cmの正方形 ABCD が、辺 BC が  $x$  軸と異なるようにおかれている。いま、図2のように、この正方形が  $x$  軸に沿って、矢印の方向に毎秒 1 cmの速さで動いていく。

頂点 C が原点  $O$  を通過してから  $t$  秒後における正方形と2つの図形との重なった部分の面積を  $S$  cm<sup>2</sup> とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標の目もりの単位は cm とする。(計20点)

(1) 次の各場合について、 $S$  を表す式を作りなさい。(各3点)

①  $0 \leq t \leq 1$  のとき

$S =$

②  $1 \leq t \leq 2$  のとき

$S =$

③  $2 \leq t \leq 4$  のとき

$S =$

④  $4 \leq t \leq 5$  のとき

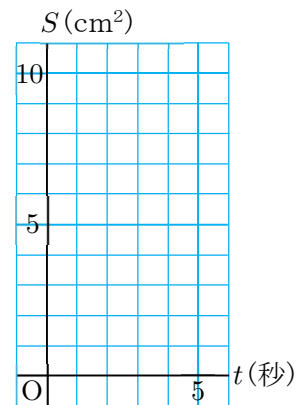
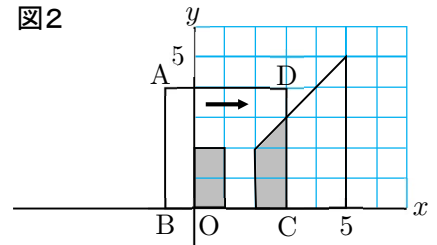
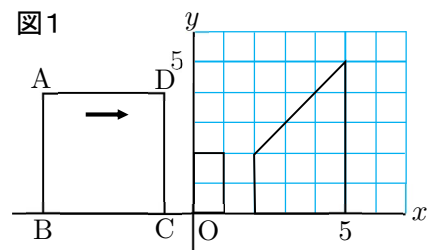
$S =$

(2) (1) で求めた①~④の各場合について  $t$  と  $S$  の関係をグラフに表しなさい。(4点)

右に記入

(3) 図1の  $x > 0$  の部分にある長方形の面積と台形の面積の和の半分を  $U$  とする。 $S = U$  となる 때가 2 回ある。そのときの  $t$  の値を求めなさい。

(4点)



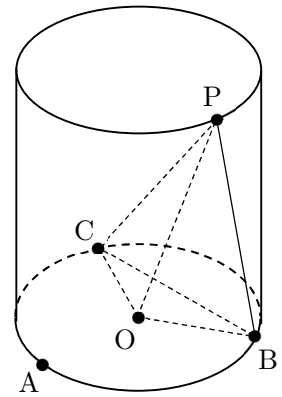
$t =$

## 西宮理数伸学会

4 右の図は、半径 2 cm、高さ 4 cm の円柱である。底面の円周を 3 等分した点を A, B, C とし、点 P を上の面の円周上にとるとき、次の問いに答えなさい。(5点×4=20点)

(1) BC の長さを求めなさい。

cm<sup>2</sup>



(2)  $\triangle PBC$  が二等辺三角形となる点 P のとり方は 2 通りある。このうち、面積が大きい方の三角形の面積を求めなさい。

cm<sup>2</sup>

(3) 三角すい P-OBC の体積を求めなさい。

cm<sup>3</sup>

(4) (2) のとき、O から 3 点 B, C, P を通る平面に垂線を引き、平面との交点を H とする。このとき、OH の長さを求めなさい。

cm

## 西宮理数伸学会

5 次の問いに答えなさい。(5点×4=20点)

- (1)  $a$  を 1 番目の数として、これに  $r$  をかけた数  $ar$  を 2 番目の数、さらに 2 番目の数に  $r$  をかけた数  $ar^2$  を 3 番目の数とする。このように、次々に  $r$  をかけていき  $n$  番目の数までつくる。

1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	...	$n-1$ 番目	$n$ 番目
$a$	$ar$	$ar^2$	$ar^3$	...	$ar^{n-2}$	$ar^{n-1}$

これらの数の和  $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$  の和を  $S$  としたとき、 $S$  を求める公式を次のように考えた。次の空欄に当てはまる式を答えなさい。ただし、 $r \neq 1$  とする。

**【考え方】**  $S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \dots$  (a)

①  $S = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \dots$  (b)

(b) - (a) より、

( ② )  $S =$  ③

よって、 $S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

①
②
③

- (2)  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$  を計算しなさい。

- (3) 昔々、大阪は堺に曾呂利新左衛門という刀の鞘を作る男がいました。豊臣秀吉がある時、この男にとある理由から褒美を取らせることにしました。

秀吉：「新左衛門、何でも褒美のものをとらせよう。何がよいか？」

新左衛門：「はい、それでは米粒をいただきとうございます。  
今日から将棋盤の目の数だけの日数、毎日いただきとうございます。」

秀吉：「どのくらいほしいのじゃ？」

新左衛門：「はい、今日は 1 粒、明日は 2 粒で結構でございます。  
毎日、その前の日の 2 倍の米粒をいただきとうございます。」

秀吉：「米粒だけでよいとは、おまえはなんと謙虚な奴じゃ。  
その願い確かにかなえようぞ。」

新左衛門：「ははっ。ありがたき幸せ。」

将棋盤は縦、横 9 マスあるので、81 日間米粒をもらえます。この話で曾呂利新左衛門は何粒の米をもらうことができるか求めなさい。ただし、1 万粒を超える場合は指数を使った形で表して答えてもよいものとする。

<解答欄は次ページにあります>

(4) A 君, B 君はアメをたくさん持っています。このアメを次のようなルールでゲームをしてあげたり, もらったりすることをやりました。

ルール

- ① A 君がはじめにアメの個数を決めます。
- ② B 君がさいころを 1 回振り,  
偶数の目が出たら A 君が B 君に①で決めた個数分のアメをあげます。  
奇数の目が出たら B 君が A 君に①で決めた個数分のアメをあげます。
- ③ A 君が「やめたい」というまで, ①, ②を繰り返します。

A 君は少し考えて, 次のような作戦をたてました。

「はじめは  $a$  個と決めよう。もし, さいころが偶数の目でアメが取られたら, 次はその 2 倍分の  $2a$  個と決めよう。このように, 偶数の目が出れば前の分の 2 倍分と決めて次の勝負をし, 奇数の目が出たらそのときやめることにしよう！」

実はこの作戦でゲームをすると何度やっても A 君は必ず「やめたい」といったときに, ゲームをする前より  $a$  個多くアメを持ってやめることができます。

$n$  回さいころを振り, はじめから  $n-1$  回目まで続けて偶数の目が出て,  $n$  回目で奇数の目が出たとき, はじめに比べて A 君が  $a$  個多くアメを持ってやめることができることを説明しなさい。

【説明】